تم تحميل وعرض المادة من

موقع منهجي منصة تعليمية توفر كل ما يحتاجه المعلم والطالب من حلول الكتب الدراسية وشرح للدروس بأسلوب مبسط لكافة المراحل التعليمية وتوازيع المناهج وتحاضير وملخصات ونماذج اختبارات وأوراق عمل جاهزة للطباعة والتحميل بشكل مجاني

حمل تطبيق منهجي ليصلك كل جديد

EXPLORE IT ON AppGallery

GET IT ON Google Play

Download on the App Store

ملخص مادة

الرياضيات 1-3

الصف الأول الثانوي

الفصل الدراسي الثالث

إعداد:

موقع منهجي

www.mnhaji.com

رياضيات ١-٣

الفصل الأول

التشابه

الفصل الثاني

التحويلات الهندسية و التماثل

الفصل الثالث

الدائرة

الفصل الأول

التشابه

١-١ المضلعات المتشابهة	الدرس
١-٢ المثلثات المتشابهة	الدرس
١-٣ المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة	الدرس
١-٤ عناصر المثلثات المتشابهة	الدرس

موقع منهجي
www.mnhaji.com

المضلعان المتشابهة

هي المضلعان التي لها الشكل نفسه ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها نفس القياس ..

متى تتشابه المضلعات ؟!

1. إذا كانت الزوايا المتناظرة في المضلعان متطابقة
2. إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في المضلعان متناسبة

في الشكل أدناه ABCD يشابه WXYZ

الزوايا المتطابقة
$\angle A \cong \angle W$
$\angle B \cong \angle X$
$\angle C \cong \angle Y$
$\angle D \cong \angle Z$

عبارة التشابه
$ABCD \sim WXYZ$

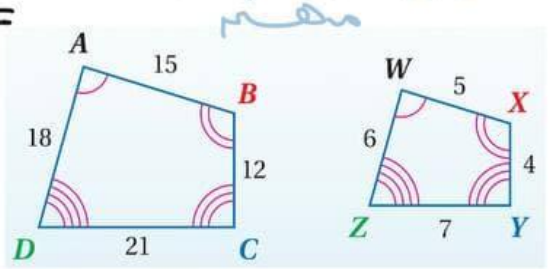
رمز التشابه

ترتيب الرؤوس بتطابقه مهم

التناسب
$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW}$$

معامل التشابه = طول ضلع من الشكل الأول / طول ضلعه المناظر له من الشكل الثاني

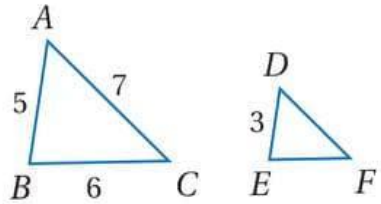
$$\frac{3}{1} = \frac{AB}{WX} =$$



* علاقة المحيط ومعامل التشابه ..

معامل التشابه = محيط المضلع الأول / محيط المضلع الثاني

* مثال:



محيط $\triangle ABC = 5 + 6 + 7 = 18$

$$\frac{5}{3} = \frac{18}{\text{محيط } \triangle DEF}$$

محيط $\triangle DEF = 10.8$

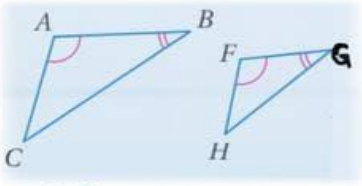
موقع منهجي
www.mnhaji.com

المثلثان المتشابهة

حالات تشابه المثلثات

مسلمة التشابه AA

إذا تطابقت زاويتان من مثلث مع زاويتان في مثلث آخر فالمثلثان متشابهان

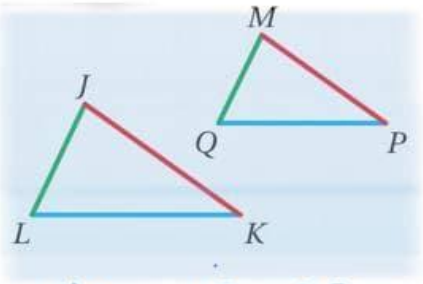


$\angle A \cong \angle F$

$\angle B \cong \angle G$

نظرية التشابه SSS

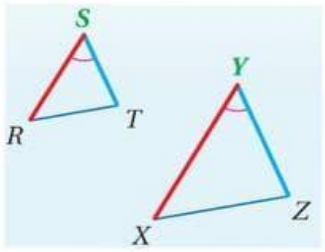
إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين فإن المثلثان متشابهان



$\frac{MQ}{JL} = \frac{MP}{JK} = \frac{QP}{LK}$

نظرية التشابه SAS

إذا تناسبت طولا ضلعين في مثلث مع طولي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وتطابقت الزوايا المحصورة بينهما فإن المثلثان متشابهان



$\angle S \cong \angle Y$

$\frac{SR}{YX} = \frac{ST}{YZ}$

خصائص المثلثات المتشابهة :

1. خاصية الانعكاس للتشابه .. $\Delta ABC \sim \Delta ABC$

2. خاصية التماثل للتشابه .. إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ فإن $\Delta DEF \sim \Delta ABC$

3. خاصية التعدي للتشابه .. إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $\Delta DEF \sim \Delta XYZ$ فإن $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$

القياس الغير مباشر

$$\frac{\text{طول ظل الشكل الاول}}{\text{طول ظل الشكل الثاني}} = \frac{\text{طول الشكل الأول}}{\text{طول الشكل الثاني}}$$

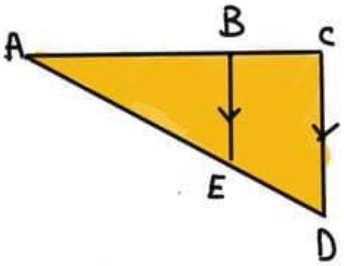
المستقيمان المتوازيان و الأجزاء المتناسبة

نظرية التناسب

إذا وازى مستقيما ضلعا من اضلاع المثلث و قطع ضلعيه الآخرين فإنه يقسمهما إلى اجزاء متناسبة أي أن :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$$

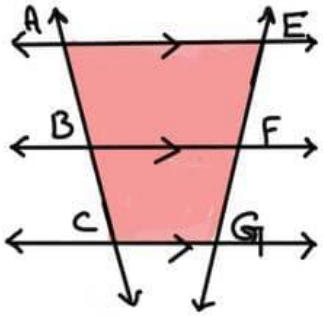
أو $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED}$



إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو اكثر فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة أي أن :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$$ او $$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}$$

(لابد أن تكون المستقيمات متوازية)

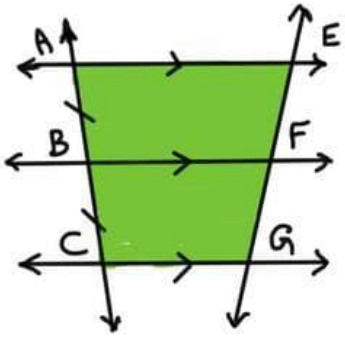


إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر وكانت أجزاؤه متطابقة فإن أجزاء اي قاطع آخر لها تكون متطابقة :

$AB = BC$

وهالتالي $EF = FG$

لابد أن تكون المستقيمات متوازية



* عكس نظرية التناسب :

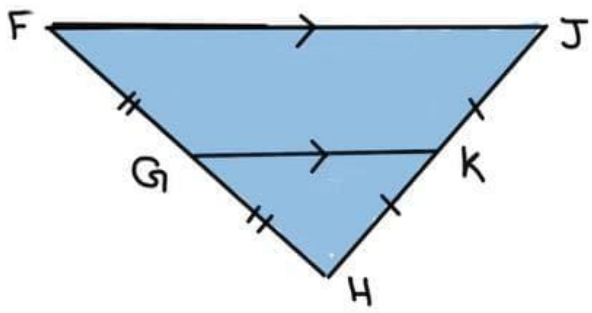
إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث من المثلث .

القطعة المنصفة في المثلث

قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث

$FG = GH$

$JK = KH$



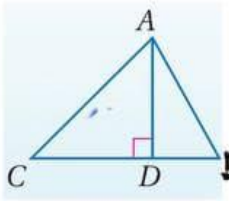
توازي أحد اضلاع المثلث وطولها يساوي نصف ذلك الضلع

$|GK| = \frac{1}{2} FJ$

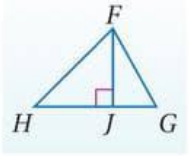
موقع منهجي
www.mnhaji.com

عناصر المثلثات المتشابهة

قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين ..

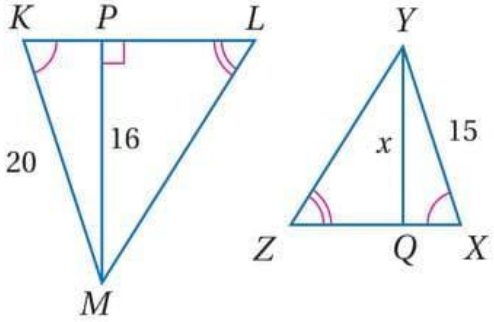


إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين ..



إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ فإن $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$

مثال : أوجد قيمة X ؟!



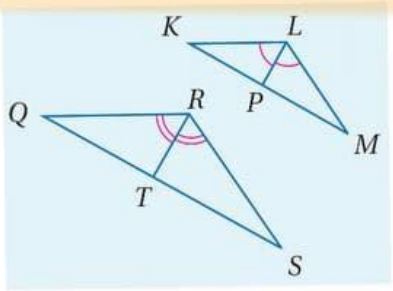
$\triangle KLM \sim \triangle ZYX$

$\frac{YQ}{PM} = \frac{YX}{KM}$

$\frac{x}{16} = \frac{15}{20}$

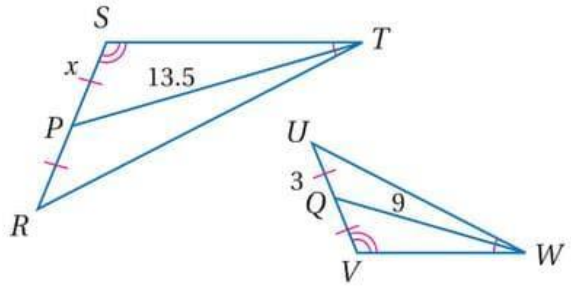
$20x = 15 \times 16 \rightarrow x = 12$

إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين



إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ فإن $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$

مثال : أوجد قيمة X ؟!



$\triangle WVU \sim \triangle TSR$

$\frac{WQ}{TP} = \frac{VU}{SR}$

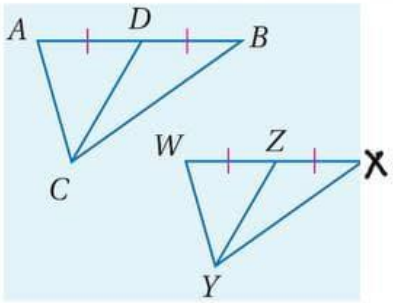
$\frac{9}{13,5} = \frac{6}{2x}$

$x = \frac{3 \times 13,5}{9}$

$x = 4,5$

عناصر المثلثات المتشابهة

إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين -

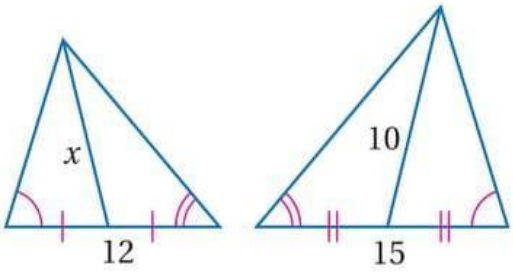


إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta WXY$

فإن $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$

مثال : أوجد قيمة x !!

المثلثان متشابهان من مسلمة SS

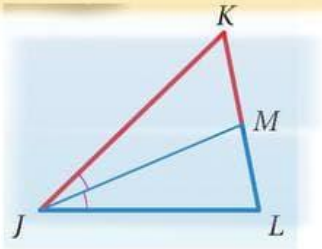


$\frac{10}{x} = \frac{15}{12}$

$x = \frac{10 \times 12}{15} = 8$

$x = 8$

منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين -



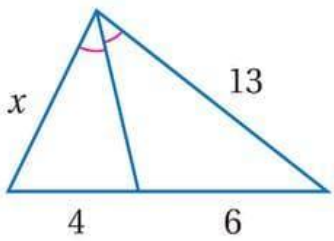
إذا كانت $\overline{JM}$ منصف زاوية في المثلث ΔJKL

فإن $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$

القطعتان المشتركتان بالرأس K ← KM ، KJ

القطعتان المشتركتان بالرأس L ← LM ، LJ

مثال : أوجد قيمة x !!



$\frac{6}{4} = \frac{13}{x}$

ضرب تبادلي

$x = \frac{13 \times 4}{6}$

$x = 8.7$

الفصل الثاني

التحويلات الهندسية والتماثل

٢-١ الانعكاس	الدرس
٢-٢ الإزاحة (الانسحاب)	الدرس
٢-٣ الدوران	الدرس
٢-٤ تركيب التحويلات الهندسية	الدرس
٢-٥ التماثل	الدرس
٢-٦ التمدد	الدرس

الانعكاس

تعريفه : تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم .

خصائصه : يحافظ على قياسات الأطوال والزوايا وأماكن النقاط والاستقامة .. لكنه لا يحافظ على الاتجاه .

عناصره : محور الانعكاس ..

تصنيفه : يصنف من تحويلات التطابق .

أنواعه

حول محور x

$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

نثبت x ونغير إشارة y

حول محور y

$(x, y) \rightarrow (-x, y)$

نثبت y ونغير إشارة x

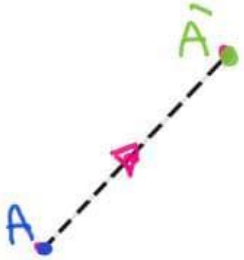
حول المستقيم $x = y$

$(x, y) \rightarrow (y, x)$

نبدل الإحداثيات فقط بدون الإشارات

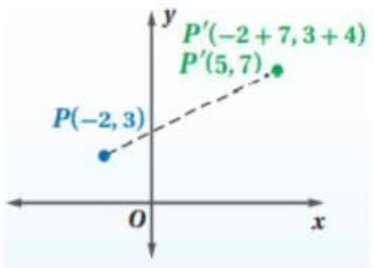
الإزاحـــــة

هو تحويل هندسي ينقل الشكل من مكان إلى آخر بدون دوران أو تغير في قياساته .. حيث ينقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها والاتجاه نفسه وهو أيضاً من تحويلات التطابق ..



صورة النقطة A الناتجة عن ازاحة يرمزلها بـ Ā

الإزاحة في المستوى الاحداثي



a الإزاحة الافقية مع محور X

- إذا كانت اشارة a ⊕ فإن الإزاحة تكون إلى اليمين
- إذا كانت الاشاره a ⊖ فإن الإزاحة تكون يسار

b الإزاحة الرأسية مع محور Y

- إذا كانت اشارة b ⊕ فإن الإزاحة تكون أعلى
- إذا كانت اشارة ⊖ b فإن الإزاحة تكون أسفل

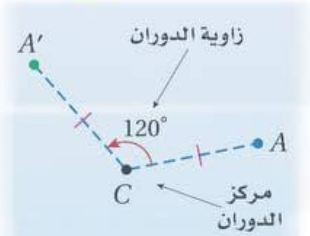
الإزاحة الأفقية والإزاحة الرأسية

- عندما تكون $b = 0$ تكون الإزاحة افقية فقط .
- عندما تكون $a = 0$ تكون الإزاحة رأسية فقط .

الدوران

هو دوران نقاط الشكل الأصلي حول نقطة ثابتة (مركز الدوران) بزاوية معينة قياسها X وباتجاه معين وهو تحويل تطابق لا تتغير فيه قياسات الشكل الأصلي ..

صورة النقطة A الناتجة عن دورانا بزاوية معينة يرمز له بالرمز $\grave{A}$



ملحوظات

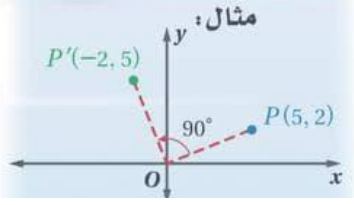
- اتجاه الدوران المعتاد يكون عكس عقارب الساعة إلا إذا ذكر عكس ذلك ..
  - مع عقارب الساعة
  - عكس عقارب الساعة
- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران فإن صورتها نفسها
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران فإن النقطة والصورة تبعدان البعد نفسه عن مركز الدوران
- القياس السالب لزاوية الدوران يشير إلى أن الدوران باتجاه حركة عقارب الساعة
- الدوران بقياس 360° يعيد الشكل إلى نفس موقعه الأصلي

الدوران في المستوى الإحداثي

دوران بزاوية 90°

نبدل بين موقعي x، y
تغير إشارة y

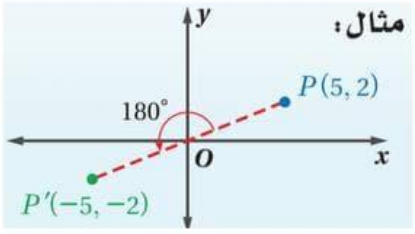
مثال:



دوران بزاوية 180°

تغير إشارتي x، y فقط

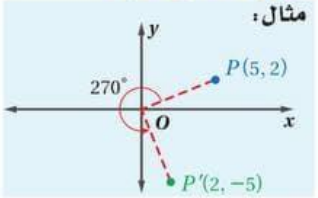
مثال:



دوران بزاوية 270°

تبدل بين موقعي x، y
تغير إشارة x

مثال:



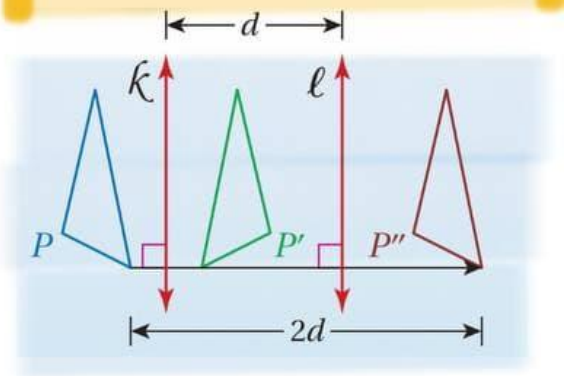
تركيب التحويلات الهندسية

تعريفه : اجراء تحويلين او أكثر على الشكل .

خصائصه : تركيب تحويلين تطابق أو أكثر هو تحويل تطابق أيضاً

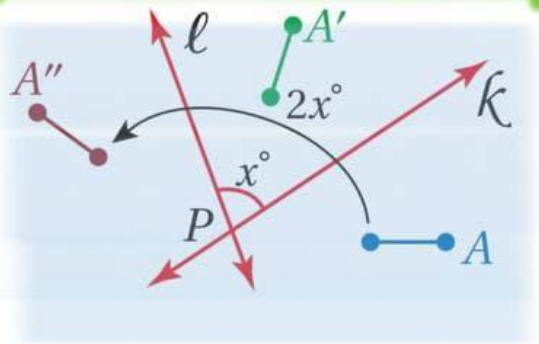
تركيب انعكاسين حول مستقيمين

إذا كان المستقيمين متوازيين



ينتج عنه إزاحة مقدارها ضعف المسافة بين المستقيمين واتجاهها عمودي على اتجاه المستقيمين ..

إذا كان المستقيمين متقاطعين



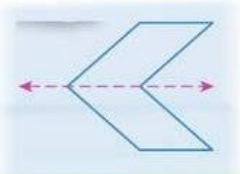
ينتج عنه دوران مركزه نقطة تقاطع المستقيمين قياس زاويته ضعف قياس الزاوية بين المستقيمين

التماثل

التماثل في الأشكال الثنائية الأبعاد : يكون الشكل متماثلاً إذا وجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه . أحد أنواع التماثل هو التماثل حول محور ..

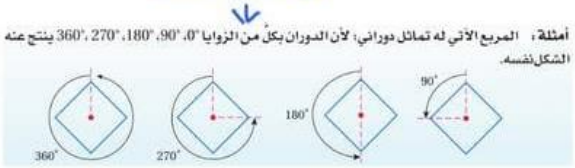
التماثل حول محور

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متماثلا حول محور إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه ويسمى المستقيم هذا محور التماثل



التماثل الدوراني

يكون الشكل الثنائي الأبعاد تماثل دوراني (أو تماثل قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه ويسمى مركزه مركز التماثل



رتبة التماثل ومقدار التماثل :

يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل نفسه في أثناء دورانه مرة واحدة إلى 360° اسم رتبة التماثل ..

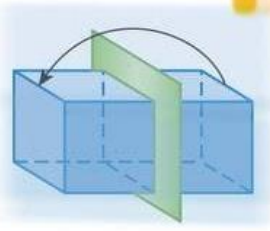
مقدار التماثل : (أو زاوية الدوران) فهو قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه ويرتبط مقدار التماثل ورتبته بالعلاقة ..

مقدار التماثل يساوي ناتج قسمة 360° على رتبة التماثل

التماثل في الأشكال ثلاثية الأبعاد

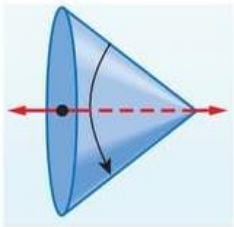
التماثل حول مستوى

يكون الشكل متماثلاً حول مستوى إذا أمكن تقسيمه بهذا المستوى الى شكلين متطابقين



التماثل حول محور

يكون الشكل متماثل حول محور إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين 0° و 360° ليصبح كما كان وضعه الأصلي



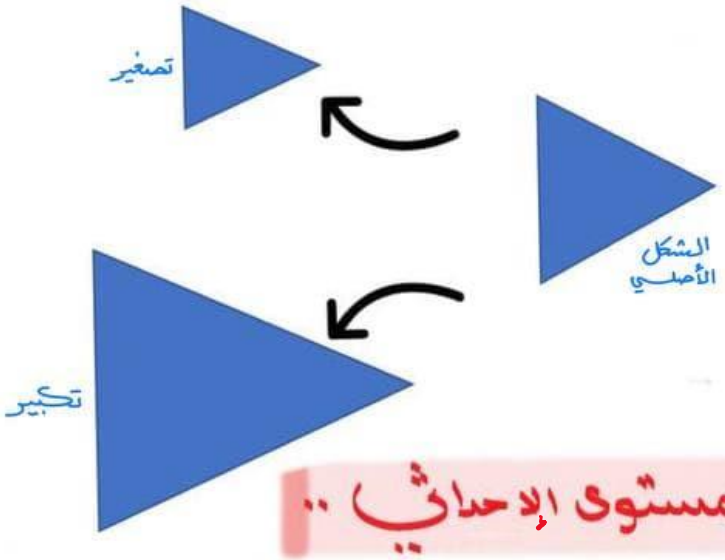
التمـــدد

هو تحويل هندسي يكبر الشكل أو يصغره بنسبة محددة

هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلـــي .. تسمى هذه النسبة" معامل مقياس التمدد

مركزه : مركزه C و معامل تمدد عدد موجب K

- $|K| > 1$: في هذه الحالة يسمى التمدد تكبيراً
- $|K| = 1$: في هذه الحالة يسمى تمدد تحويل تطابق
- $|K| < 1$: في هذه الحالة يسمى التمدد تصغيراً



التمدد في المستوى الإحداثي ..

نضرب معامل التمدد في الإحداثي لـ X ، Y

$$(x ، y) \longrightarrow (kx ، ky)$$

الفصل الثالث

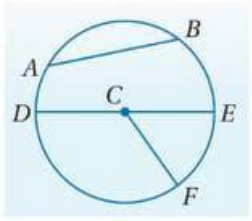
الدائرة

٣-١ الدائرة و محيطها	الدرس	اختبر نفسك
٣-٢ قياس الزوايا و الأقواس	الدرس	اختبر نفسك
٣-٣ الأقواس و الأوتار	الدرس	اختبر نفسك
٣-٤ الزوايا المحيطية	الدرس	اختبر نفسك
٣-٥ المماسات	الدرس	اختبر نفسك
٣-٦ القاطع و المماس و قياسات الزوايا	الدرس	اختبر نفسك
٣-٧ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة	الدرس	اختبر نفسك
٣-٨ معادلة الدائرة	الدرس	اختبر نفسك

الدائرة ومحيطها

الدائرة : هي المحل الهندسي لمجموعة نقاط تبعد بعد ثابت عن نقطة معلومة تسمى المركز (و تسمى الدائرة بمركزها)

مثال : تسمى الدائرة ⊙C



قطع خاصة في الدائرة

الوتر
قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة
مثل : $\overline{AB}$, $\overline{DE}$

نصف القطر
قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة
مثل: $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$

القطر
هو وتر يمر بمركز الدائرة ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة
مثل : $\overline{DE}$

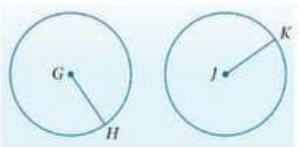
العلاقة بينهما

يرمز لنصف القطر بـ r
$r = \frac{d}{2}$

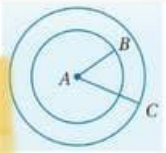
يرمز للقطر بـ d
$d = 2r$

الدوائر قد تكون

دائرتان متطابقتان



دائرتان متحدتان في مركز



دوائر متقاطعة

- تقاطع في نقطتين
- تقاطع في نقطة
  - تماس من الداخل
  - تماس من الخارج
- لا يوجد تقاطع
  - متداخلتان
  - متباعدتان

الدائرة ومحيطها

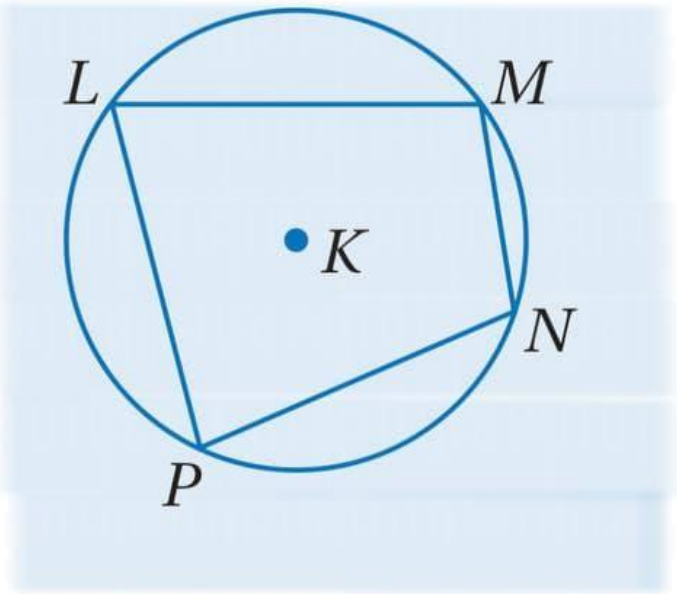
محيط الدائرة :

يعطى بالقانون $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$

حيث r نصف القطر و d القطر و $\pi = 3.14$

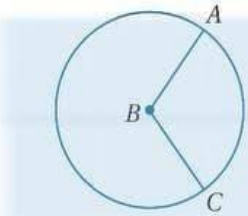
*** متى يكون المضلع محاط بالدائرة ؟!**

اذا كانت رؤوسه جميعها على الدائرة ..



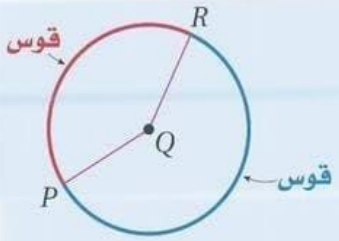
قياس الزوايا و الأقواس

الزاوية المركزية: هي زاوية رأسها مركز الدائرة و ضلعاها نصفا قطرين في الدائرة



مثل: $\angle ABC$

القوس: جزء من الدائرة يحدد بنقطتي طرفيه

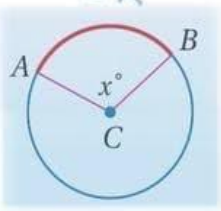


أنواع الأقواس

قوس صغير

قياسه أقل من $180°$ ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له

$m\overset{\frown}{AB} = m\angle ACB = x°$



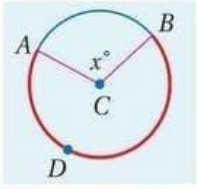
قوس أكبر

قياسه أكبر من $180°$

قياسه يساوي $360 -$ قياس القوس الأصغر

$m\overset{\frown}{ADB} = 360° - m\overset{\frown}{AB}$

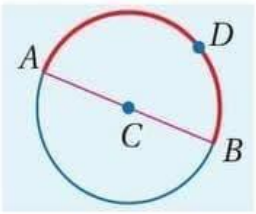
$= 360° - x°$



نصف دائرة

قياسه يساوي $180°$

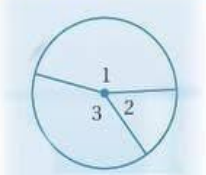
$m\overset{\frown}{ADB} = 180°$



قياسات الزوايا والأقواس

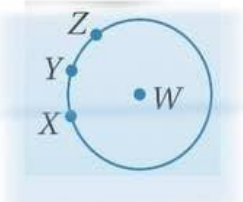
مجموع قياسات الزوايا المركزية

$360° = m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360°$



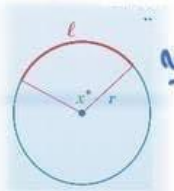
مسلمة جمع الأقواس المتجاورة

$m\overset{\frown}{XZ} = m\overset{\frown}{XY} + m\overset{\frown}{YZ}$



طول القوس

$L = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$ أي $L = \frac{x°}{180°} \pi r$



$x°$ قياس الزاوية

r نصف القطر

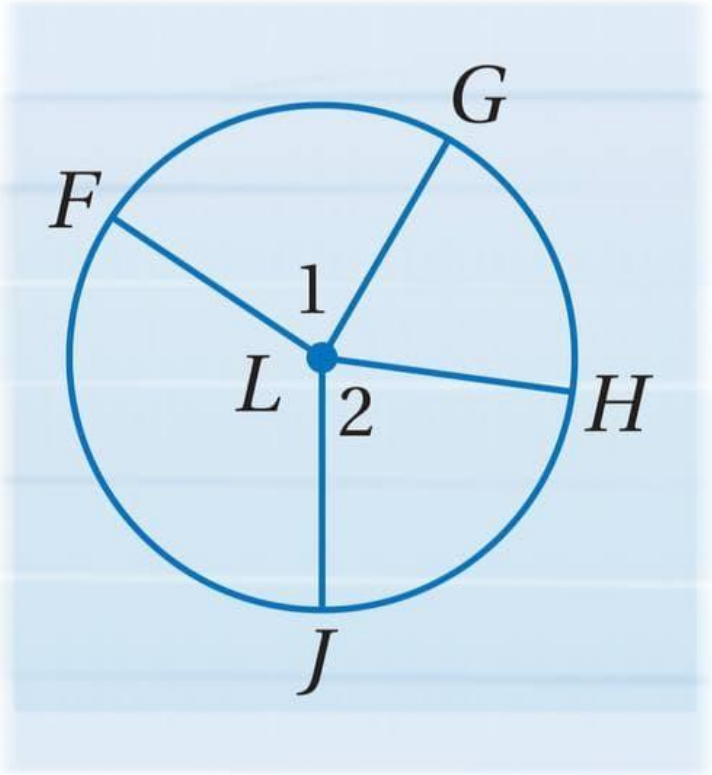
قياس الزوايا و الأقواس

الأقواس المتطابقة : الأقواس التي لها نفس القياس

* متى تكون الأقواس متطابقة ؟!

إذا كانت الزاويتان المركزيتان المقابلتان لها متطابقتان

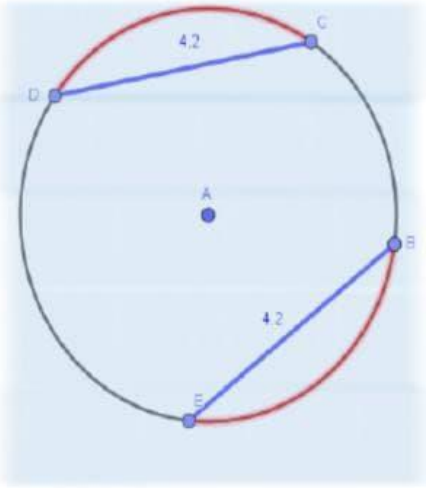
إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\overset{\frown}{FG} \cong \overset{\frown}{HJ}$



الأقواس والأوتار

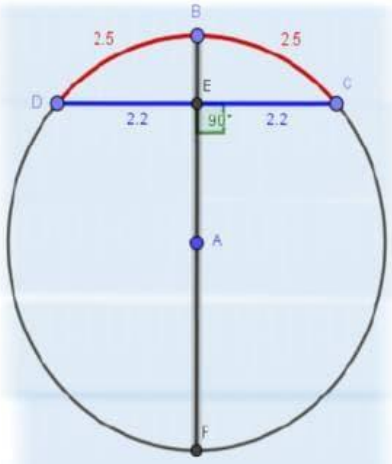
يكون القوسان

الأصغران متطابقان إذا وفقط إذا كان الوتران المقابلان لهما متطابقان



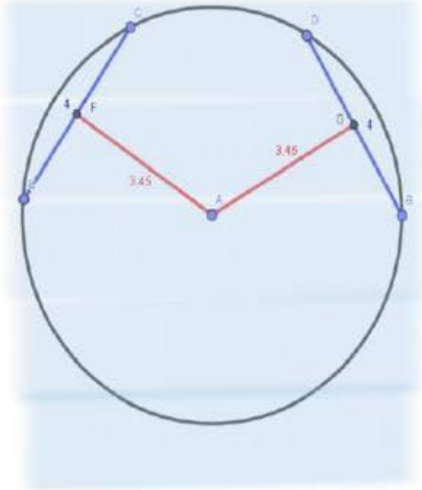
يكون العمود المنصف

لوتر في دائرة قطراً أو نصف قطر إذا وفقط إذا نصف ذلك الوتر ونصف قوسه



في الدائرة نفسها

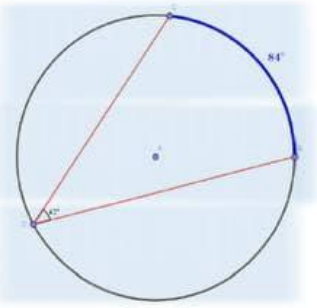
أو في دائرتين متطابقتين يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بعداهما عن مركز الدائرة متساويين



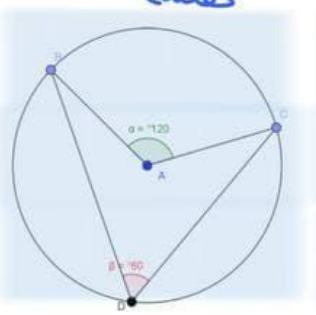
الزوايا المحيطية

الزوايا المحيطية . رأسها على محيط الدائرة وضلعيها وتران في الدائرة .

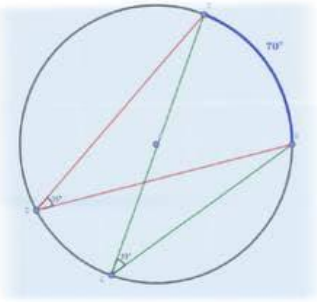
قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها



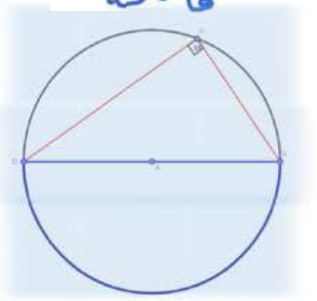
قياس الزاوية المحيطة يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركه معها في القوس نفسه



اذا قابلة زاويتان محيطيتان القوس نفسه أو قوسين متطابقين فإنهما متطابقتان



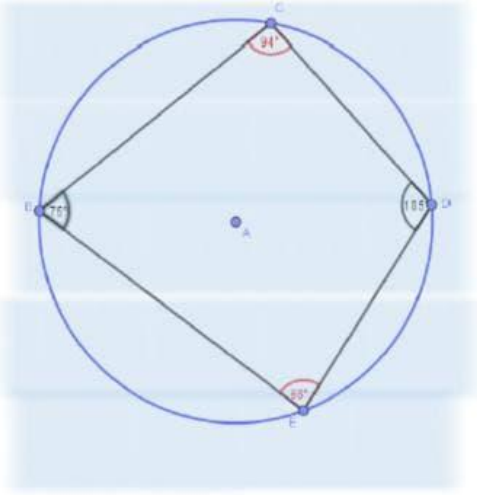
تقابل الزاوية المحيطية قطراً أو نصف دائرة إذا وفقط اذا كانت الزاوية قائمة



الرباعي الدائري :

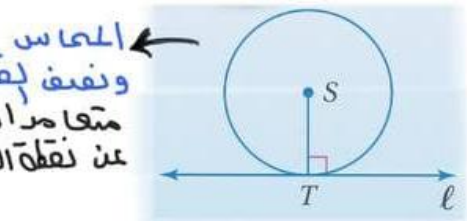
شكل رباعي تقع رؤوسه على محيط الدائره

إذا كان الشكل الرباعي محاطاً جلا أره فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتين -

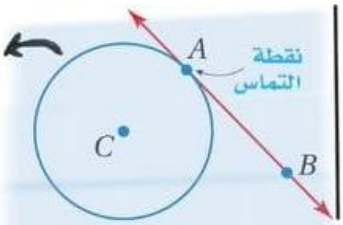


المماسات

المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة فقط تسمى نقطة التماس ..



المماس ونصف لقط متعامدان عن نقطة التماس

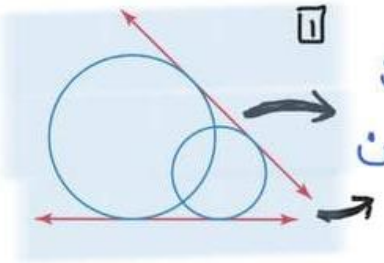


مماس الدائرة له طريقتين بالكتابة بالرموز

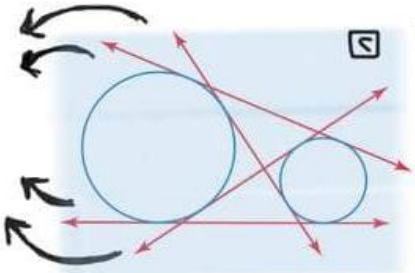
$\overline{AB}$, $\overleftrightarrow{AB}$

المماس المشترك ..

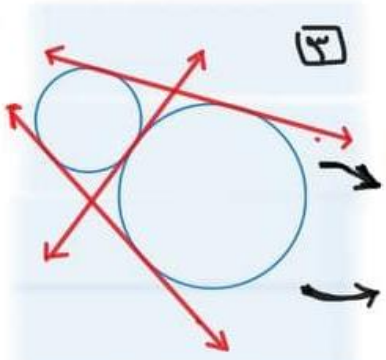
هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرة في المستوى نفسه



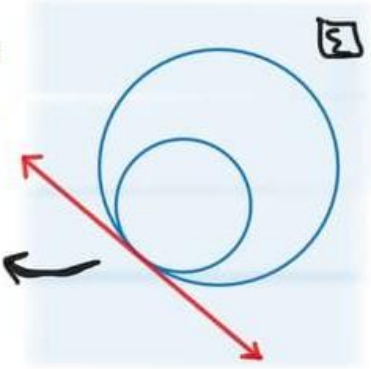
مماسان مشتركان



مماسان مشتركة



متماسان من الخارج

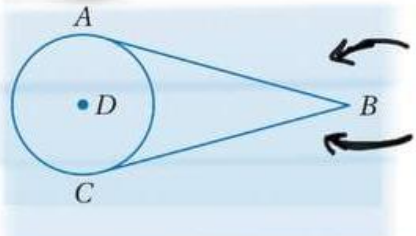


مماس واحد متماسان من الداخل

إذا رسمت قطعتان مستقيمتان

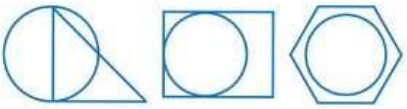
مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان

قطعتان مستقيمتان لهما بداية ونهاية وأيضاً يمسان الدائرة في نقطة واحدة



المضلعات المحيطة بدائرة :

يحيط المضلع بالدائرة إذا كان كل ضلع من أضلاعه مماساً لدائرة ..

مضلعات محيطة بدائرة	مضلعات ليست محيطة بدائرة
	

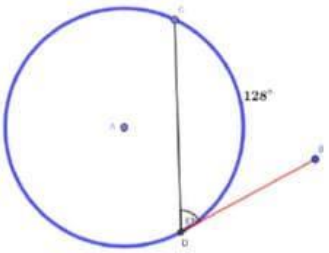
مرسومة داخل الدائرة

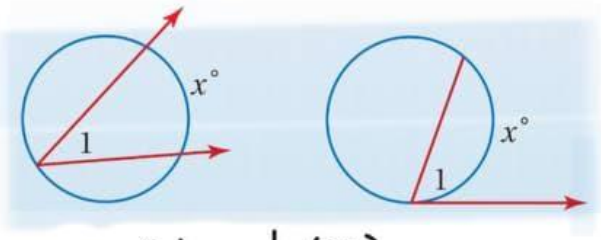
ليست مرسومة داخل دائرة

اما خارجها او جزء داخل الدائرة وجزء خارجة

القاطع والمماس وقياسات الزوايا

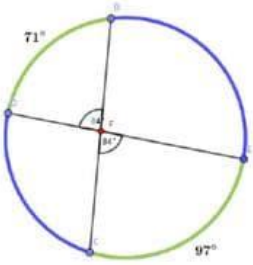
الرأس على الدائرة : قياس الزاوية = نصف القوس المقابل لها



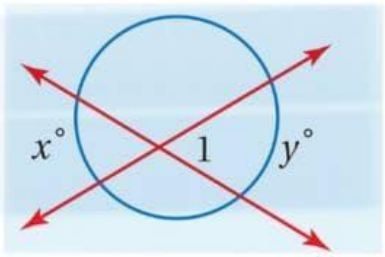


$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(x)$$

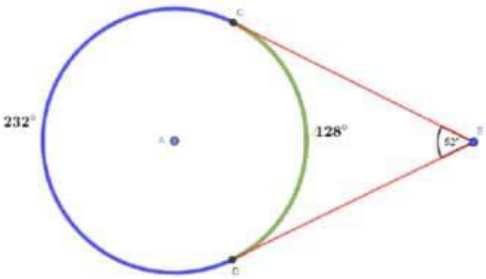
الرأس داخل الدائرة : قياس الزاوية = نصف مجموع قياسي القوس المقابلة لها بالرأس .. المقابل للزاوية والقوس المقابل للزاوية المقابلة لها بالرأس ..

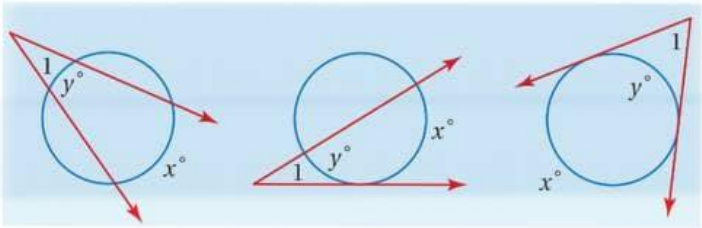


$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(x+y)$$



الرأس خارج الدائرة : قياس الزاوية = نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها ..





$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(x-y)$$

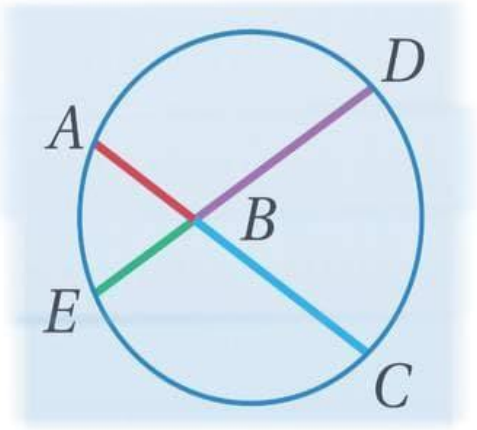
قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

قطع مستقيمة تتقاطع داخل الدائرة

وتران

إذا تقاطع الوتران ED ، AC داخل الدائرة فإن :

$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

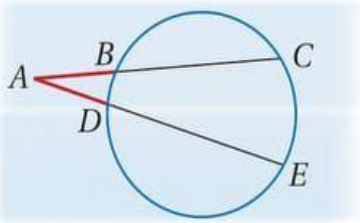


قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة

قاطعان

إذا تقاطع القاطعان AC , AE خارج الدائرة فإن

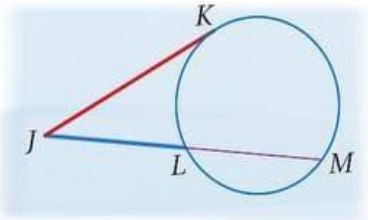
$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$



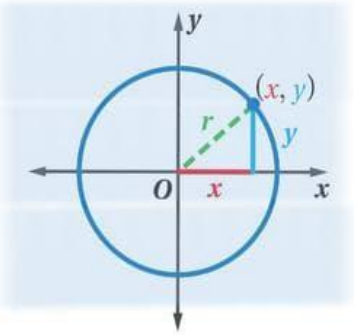
مماس وقاطع

إذا تقاطع المماس JK والقاطع JM خارج الدائرة فإن:

$$JK^2 = JL \cdot JM$$



معادلة الدائرة



معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل .

مركزها (٠،٠) ونصف قطرها r

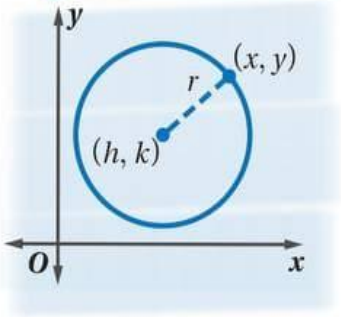
$$x^2 + y^2 = r^2$$

*** مثال :**

مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها $\sqrt{10}$ ؟!

$$x^2 + y^2 = (\sqrt{10})^2 \longrightarrow x^2 + y^2 = 10$$

معادلة الدائرة في الصورة القياسية مركزها (h ، k)



مركزها (h،k) ونصف قطرها r ..

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

*** مثال :**

مركزها عند (١،-٨) وطول نصف قطرها ٧ ؟!

معادلة الدائرة $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$(h،k) = (1،-8)$ ، $r = 7$ $(x-1)^2 - (y-(-8))^2 = 7^2$

بالتبسيط $(x-1)^2 + (y+8)^2 = 49$

الفهرس

الفصل الأول / التشابه :

١-١ المضلعات المتشابهة ٧
١-٢ المثلثات المتشابهة ٩
١-٣ المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة ١١
١-٤ عناصر المثلثات المتشابهة ١٣

الفصل الثاني / التحويلات الهندسية و التماثل :

٢-١ الانعكاس ١٧
٢-٢ الإزاحة (الانسحاب) ١٩
٢-٣ الدوران ٢١
٢-٤ تركيب التحويلات الهندسية ٢٣
٢-٥ التماثل ٢٥
٢-٦ الدوران ٢٧

الفصل الثالث / الدائرة :

٣-١ الدائرة ومحيطها ٣٠
٣-٢ قياس الزوايا و الأقواس ٣٣
٣-٣ الأقواس و الأوتار ٣٦
٣-٤ الزوايا المحيطية ٣٨
٣-٥ المماسات ٤٠
٣-٦ القاطع و المماس و قياسات الزوايا ٤٣
٣-٧ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة ٤٥
٣-٨ معادلة الدائرة ٤٧

العودة إلى الفصول